全品 教辅图书 功能学具 学生之家
基础教育行业专研品牌

30+年创始人专注教育行业

全品智能作业

QUANPIN ZHINENGZUOYE

高中数学6 | 选择性必修第二册 BS

主 编 肖德好

天津出版传媒集团
天津人民出版社

图书介绍

编写依据

以新教材为本，以课程标准（2017年版2020年修订）为纲。

选题依据

· 研究新教材使用地区最新题源，研究新教材新课标形式下的同步命题特点。

· 选题注重落实必备知识，满足同步教学中的基础性要求，兼顾一定的综合性。

· 强调试题的情境性、开放性，拓展学科知识的应用性和创新性。

▼ 课时作业

· 细分课时，同步一线教学

· 每课时分层设置，满足不同层次学生需求

· 增设专项突破练，归类重难点，提升学科素养，

形成关键能力

▼ 素养测评卷

单元素养测评卷

阶段素养测评卷

知识覆盖到位，有助查漏补缺

模块素养测评卷

覆盖全书知识，精准备战期末

精选一线好题，拒绝知识倒挂、选题超纲现象，

助力同步高效学习！

CONTENTS 目录

全品智能作业 · 数学 BS

素养测评卷

第一章 数列

§1 数列的概念及其函数特性

1.1 数列的概念

基础夯实篇

1. 有下列说法：

①数列 1,3,5,7 可表示为 $\{1,3,5,7\}$；

②数列 1,3,5,7 与数列 7,5,3,1 是同一数列；

③数列 1,3,5,7 与数列 1,3,5,7,…是同一数列；

④1,1,1,1,…不能构成一个数列.

其中说法正确的有 ( )

A. 0 个　　B. 1 个

C. 2 个　　D. 3 个

2. 在下列数列中，是有穷数列的为 ( )

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots$

B. $-1,-2,-3,-4,\cdots$

C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{n}$

3. 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\frac{2}{n^2+1}$，则该数列的第 5 项为 ( )

A. $\frac{1}{3}$　　B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{1}{13}$　　D. $\frac{1}{26}$

4. [2023·福建莆田一中高二期中] 已知数列 $\frac{3}{5},\frac{4}{7},\frac{5}{9},\frac{6}{11},\cdots$，则该数列的第 n 项为 ( )

A. $\frac{n}{2n-1}$　　B. $\frac{n+2}{2n-3}$

C. $\frac{n}{2n+1}$　　D. $\frac{n+2}{2n+3}$

5. 已知数列 $\sqrt{3},3,\sqrt{15},\sqrt{21},\cdots$，则 $\sqrt{39}$ 是这个数列的 ( )

A. 第 8 项　　B. 第 7 项

C. 第 6 项　　D. 第 5 项

6. [2023·江苏淮安高二期中] 在数列 $\{a_n\}$ 中，首项 $a_1=2$，且满足 $a_{n+1}=\frac{1}{2}a_n+\frac{1}{2n}$，则 $a_3=$ ( )

A. 1　　B. $\frac{1}{2}$

C. $\frac{3}{4}$　　D. $\frac{5}{8}$

7. 数列 $\frac{2}{3},\frac{4}{15},\frac{6}{35},\frac{8}{63},\frac{10}{99},\cdots$ 的一个通项公式是____________.

8. 数列 0.3,0.33,0.333,0.333 3,…的一个通项公式为____________.

素养提能篇

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1}=\begin{cases}\frac{a_n}{2}, a_n \text{ 是偶数},\\ a_n+1, a_n \text{ 是奇数},\end{cases}$ 若 $a_1=21$，则 $a_5=$ ( )

A. 3　　B. 6

C. 11　　D. 12

10. [2024·广东佛山高二期末] 在数列 $\{a_n\}$ 中，若 $a_1=\frac{1}{2}, a_{n+1}=2-\frac{2}{a_n}$，则下列数不是 $\{a_n\}$ 中的项的是 ( )

A. -1　　B. -2

C. 3　　D. $\frac{4}{3}$

11. (多选题)数列 $\sqrt{2},0,\sqrt{2},0,\sqrt{2},0,\cdots$ 的通项公式可以为 ( )

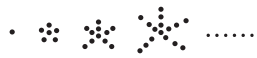
A. $a_n=\frac{\sqrt{2}}{2}[1-(-1)^n], n\in\mathbf{N}^*$

B. $a_n=\sqrt{1-(-1)^n}, n\in\mathbf{N}^*$

C. $a_n=\begin{cases}\sqrt{2}, n=2k-1(k\in\mathbf{N}^*),\\ 0, n=2k(k\in\mathbf{N}^*)\end{cases}$

D. $a_n=\sqrt{1+(-1)^n}, n\in\mathbf{N}^*$

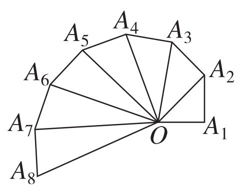
12. ［2024·云南曲靖高二期末］根据如图所示的图形及相应的点数，写出点数依次构成的数列$\{a_n\}$的一个通项公式：__________.



1　6　11　16

13. ［2023·江苏连云港高二期末］如图①是第七届国际数学教育大会的会徽图案，会徽的主体图案是由如图②所示的一连串直角三角形演化而成的，其中$OA_1=A_1A_2=A_2A_3=\cdots=A_7A_8=1$. 如果把图②中的直角三角形继续作下去，记$OA_1,OA_2,\cdots,OA_n,\cdots$的长度构成数列$\{a_n\}$，则数列$\{a_n\}$的一个通项公式为________.

①



②

14. 写出下面各数列的一个通项公式.

(1)$1,-2,3,-4,5,\cdots$；

(2)$5,55,555,5555,\cdots$；

(3)$1,3,6,10,15,\cdots$；

(4)$\frac{1}{2},\frac{4}{5},\frac{9}{10},\frac{16}{17},\cdots$.

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=n(n+2)$.

(1)求这个数列的第10项、第15项及第21项.

(2)判断440和222是不是这个数列中的项？如果是，求出是第几项；如果不是，请说明理由.

思维训练篇

16. 将数列$\{2n-1\}$与数列$\{n^2\}$的公共项按照从小到大的顺序排列得到一个新数列$\{a_n\}$，则数列$\{a_n\}$的一个通项公式为__________.

17. ［2024·安徽宣城高二期末］在各项均为正数的数列$\{a_n\}$中，$\sqrt{a_1}+\sqrt{a_2}+\cdots+\sqrt{a_n}=\frac{n\cdot(n+1)}{2}$，求数列$\{a_n\}$的通项公式.

1.2 数列的函数特性

基础夯实篇

1. 下列数列中,既是递增数列又是无穷数列的是 ( )

A. $1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\cdots$

B. $-1,-2,-3,-4,\cdots$

C. $-1,-\frac{1}{2},-\frac{1}{4},-\frac{1}{8},\cdots$

D. $1,\sqrt{2},\sqrt{3},\cdots,\sqrt{n}$

2. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{n}{2n-1}(n\in\mathbf{N}^*)$,则该数列是 ( )

A. 递增数列　　B. 递减数列

C. 摆动数列　　D. 常数列

3. 若数列$\{a_n\}$是递增数列,则$\{a_n\}$的通项公式可能是 ( )

A. $a_n=-\frac{1}{n}$　　B. $a_n=n^2-8n$

C. $a_n=2^{-n}$　　D. $a_n=(-n)^n$

4. 已知数列 $\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n+\frac{32}{n},n\in\mathbf{N}^*$,则数列$\{a_n\}$的最小项为 ( )

A. $\frac{34}{3}$　　B. $\frac{57}{5}$

C. $8\sqrt{2}$　　D. 12

5. [2023·上海杨浦区高二期末] 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\log_k n$,则“$a_2>a_1$”是“数列$\{a_n\}$为递增数列”的 ( )

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

6. (多选题)已知函数 $f(x)=-x^2+2x+1$,设数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=f(n)(n\in\mathbf{N}^*)$,则 ( )

A. 此数列的图象是二次函数 $f(x)=-x^2+2x+1$ 的图象

B. 此数列是递减数列

C. 此数列从第 3 项往后各项均为负数

D. 此数列有两项为 1

7. 已知①无穷数列;②递减数列;③每一项都是正数. 写出一个同时具有性质①②③的数列$\{a_n\}$的通项公式:$a_n=$________.

8. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=\frac{6n-31}{3n-17}$,则 a_n 取得最大值时,正整数 $n=$________.

素养提能篇

9. [2023·浙江嘉兴一中高二期中] 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\begin{cases}(3-a)n-8,n\leqslant 6,\\ a^{n-6},n>6\end{cases}(n\in\mathbf{N}^*)$,且数列$\{a_n\}$是递增数列,则实数 a 的取值范围是 ( )

A. $(2,3)$　　B. $\left(1,\frac{10}{7}\right)$

C. $\left(\frac{10}{7},3\right)$　　D. $(1,3)$

10. (多选题)已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n+\frac{a}{n},n\in\mathbf{N}^*$,则 ( )

A. 当 $a=2$ 时,数列$\{a_n\}$的最小项是 $a_1=a_2=3$

B. 当 $a=-1$ 时,数列$\{a_n\}$的最小项是 $a_1=0$

C. 当 $0<a<4$ 时,a 不是数列$\{a_n\}$中的项

D. 当 $a>2$ 时,数列$\{a_n\}$为递增数列

11. (多选题)若数列$\{a_n\}$满足 $a_n=\frac{1}{2^n-18}(n\in\mathbf{N}^*)$,则 ( )

A. 数列$\{a_n\}$的最大项为 a_6

B. 数列$\{a_n\}$的最大项为 a_5

C. 数列$\{a_n\}$的最小项为 a_5

D. 数列$\{a_n\}$的最小项为 a_4

12. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=an^2+n,n\in\mathbf{N}^*$,若 $a_1<a_2<a_3$,且当 $n\geqslant 8$ 时,数列$\{a_n\}$始终满足 $a_n\geqslant a_{n+1}$,则实数 a 的取值范围是________.

13. 已知数列$\{a_n\}$满足 $a_n=(n+1)\left(\frac{2022}{2023}\right)^n$,则当 a_n 取得最大值时 n 的值为________.

14. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=-n^2+4n+2$,$n\in\mathbf{N}^*$,画出该数列的图象,并求出数列$\{a_n\}$的最大项.

15. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=\dfrac{n^2}{n^2+1}$.

(1)证明:数列$\{a_n\}$是递增数列;

(2)从第几项开始,各项与1的差的绝对值小于0.000 1?

思维训练篇

16. [2023·山东聊城高二期中] 若函数$f(x)$使得数列$a_n=f(n)$,$n\in\mathbf{N}^*$为递增数列,则称函数$f(x)$为"数列保增函数".已知函数$f(x)=e^x-ax$为"数列保增函数",则a的取值范围为 ( )

A. $(-\infty,0]$　　B. $(-\infty,e^2-e)$

C. $(-\infty,e)$　　D. $(-\infty,\sqrt{e}]$

17. 定义:$\dfrac{n}{p_1+p_2+\cdots+p_n}$为$n$个正数$p_1,p_2,\cdots,p_n$的"均倒数".已知数列$\{a_n\}$的前$n$项的"均倒数"为$\dfrac{1}{2n+1}$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

(2)设$c_n=\dfrac{a_n}{2n+1}$,试判断$c_{n+1}-c_n$(n为正整数)的正负.

(3)设函数$f(x)=-x^2+4x-\dfrac{a_n}{2n+1}$,是否存在实数$\lambda$,使得当$x\leqslant\lambda$时,对于一切自然数$n$都有$f(x)\leqslant 0$?若存在,求出$\lambda$的最大值;若不存在,请说明理由.

§2 等差数列

2.1 等差数列的概念及其通项公式

第1课时 等差数列的概念及其通项公式

基础夯实篇

1. [2024·江西宜春高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=1+4n$，则 ( )

A. $a_1=1$　　B. $a_1=2$

C. 公差$d=-4$　　D. 公差$d=4$

2. [2023·云南玉溪高二期中] 已知等差数列$\{a_n\}$的公差为3，且$a_2+a_3=a_4+1$，则$a_7=$ ( )

A. 15　　B. 16

C. 19　　D. 22

3. [2023·广东饶平二中高二期中] 已知$\{a_n\}$是首项为1，公差为3的等差数列，如果$a_m=2023$，则m等于 ( )

A. 664　　B. 665

C. 674　　D. 675

4. 在等差数列$\{a_n\}$中，$a_3=7$，$a_5+a_7=32$，则数列$\{a_n\}$的公差$d=$ ( )

A. 5　　B. 4

C. 3　　D. 2

5. [2023·江苏滨海中学高二期中] 已知$\{a_n\}$是等差数列，且$2a_8=a_9+3$，则$a_7=$ ( )

A. 1　　B. 3

C. 5　　D. 7

6. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，给出下列数列：

①$\{2a_n+1\}$；②$\{a_{n+1}-a_n\}$；③$\{|a_n|\}$.

其中一定是等差数列的个数为 ( )

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

7. 已知等差数列$\{a_n\}$的前三项依次为$a-1$，$2a+1$，$a+7$，则这个数列的通项公式为________.

8. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2$，$\sqrt{a_{n+1}}=\sqrt{a_n}+\sqrt{2}$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

素养提能篇

9. 已知$\{a_n\}$，$\{b_n\}$是两个等差数列，其中$a_1=3$，$b_1=-3$，且$a_{20}-b_{20}=6$，那么$a_{10}-b_{10}$的值为 ( )

A. -6　　B. 6

C. 0　　D. 10

10. [2023·陕西咸阳礼泉中学高二期中] 若数列$\{a_n\}$为等差数列，则下列说法中错误的是 ( )

A. 数列$2a_1,2a_2,2a_3,\cdots,2a_n\cdots$为等差数列

B. 数列$a_2,a_4,a_6,\cdots,a_{2n},\cdots$为等差数列

C. 数列$\{a_na_{n+1}\}$为等差数列

D. 数列$\{a_n+a_{n+1}\}$为等差数列

11. (多选题)在等差数列$\{a_n\}$中，$a_1=3$，$a_1+a_2+a_3=21$，则 ( )

A. 公差为-4

B. $a_2=7$

C. $a_1<a_2$

D. $a_3+a_4+a_5=84$

12. [2023·安徽淮北一中高二月考] 设数列$\{a_n\}$满足$2^n\cdot a_n=2^{n+1}\cdot a_{n+1}-1$，且$a_1=1$，若$a_m<\frac{1}{5}(m\in\mathbf{N}^*)$，则$m$的最小值为________.

13. 已知等差数列$\{a_n\}$的首项为a，公差为d. 等差数列$\{b_n\}$的首项为b，公差为e. 如果$c_n=a_n+b_n$，且$c_1=4$，$c_2=8$，则$\{c_n\}$的通项公式为$c_n=$________.

14. [2024·重庆八中高二期中] 已知$\{a_n\}$为等差数列.

(1)若$a_1=12, a_6=27$,求$\{a_n\}$的公差d_1;

(2)若$\{a_n\}$的公差$d_2=-\frac{1}{3}$,$a_7=8$,求a_1和a_n.

15. [2024·安徽蚌埠四中高二月考] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=\frac{1}{5}$,且当$n>1, n\in \mathbf{N}^*$时,有$\frac{a_{n-1}}{a_n}=\frac{2a_{n-1}+1}{1-2a_n}$,设$b_n=\frac{1}{a_n}$,$n\in \mathbf{N}^*$.

(1)求证:数列$\{b_n\}$为等差数列.

(2)a_1a_2是不是数列$\{a_n\}$中的项?如果是,是第几项?如果不是,请说明理由.

思维训练篇

16. [2023·河北石家庄高二期中] 数列$\{a_n\}$,$\{b_n\}$的通项公式分别为$a_n=3n-1$和$b_n=4n-3$($n\in \mathbf{N}^*$),设这两个数列的公共项构成集合A,则集合$A\cap\{n\mid n\leqslant 2023, n\in \mathbf{N}^*\}$中元素的个数为 ( )

A. 167 B. 168

C. 169 D. 170

17. [2024·广东湛江高二期末] 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=(n^2+n-\lambda)a_n$($n=1,2,\cdots$),$\lambda$是常数.

(1)当$a_2=-1$时,求λ及a_3的值.

(2)是否存在实数λ使数列$\{a_n\}$为等差数列?若存在,求出λ的值及数列$\{a_n\}$的通项公式;若不存在,请说明理由.

第 2 课时　等差数列的性质及实际应用

基础夯实篇

1. [2023·黑龙江哈尔滨高二期中]在等差数列$\{a_n\}$中,$a_3+a_{17}=30$,则$a_9+a_{10}+a_{11}=$　(　　)

A. 30　B. 40

C. 50　D. 45

2. [2023·广西钦州高二期中]在a和b两数之间插入n个数,使它们与a,b组成等差数列,则该数列的公差为　(　　)

A. $\frac{b-a}{n}$　B. $\frac{b-a}{n+1}$

C. $\frac{a-b}{n+1}$　D. $\frac{b-a}{n+2}$

3. [2023·首都师大附中期末]已知等差数列$\{a_n\}$是递增数列且满足$a_1+a_8=6$,则a_6的取值范围是　(　　)

A. $(-\infty,3)$　B. $(3,6)$

C. $(3,+\infty)$　D. $(6,+\infty)$

4. 在数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_{n+1}=\frac{a_n}{1+2a_n}$,若$a_m=\frac{1}{7}$,则$m=$　(　　)

A. 2　B. 3

C. 4　D. 5

5. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_2+a_5+a_8=9$,则关于x的方程$x^2+(a_4+a_6)x+3a_5=0$　(　　)

A. 无实根

B. 有两个不等实根

C. 有两个相等实根

D. 不能确定有无实根

6. 在等差数列$\{a_n\}$中,$a_5+a_6=4$,则$\log_2(2^{a_1}\cdot 2^{a_2}\cdot 2^{a_3}\cdot\cdots\cdot 2^{a_{10}})=$　(　　)

A. 10　B. 20

C. 40　D. $2+\log_2 5$

7. 在等差数列$\{a_n\}$中,已知5是a_3和a_6的等差中项,则$a_1+a_8=$________.

8. [2024·天津和平区高二期末]已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_5=2$,$a_{11}=11$,则$a_8^2-a_2^2=$________.

素养提能篇

9. 已知无穷等差数列$\{a_n\}$的公差为$d\neq 0$,则“$d>0$”是“存在无限项a_n满足$a_n>2023$”的　(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

10. [2023·安徽蚌埠三中高二月考]已知等差数列$\{a_n\}$为递增数列,若$a_1^2+a_{10}^2=101$,$a_5+a_6=11$,则数列$\{a_n\}$的公差d等于　(　　)

A. 1　B. 2

C. 9　D. 10

11. [2023·广东肇庆高二期末]已知$\{a_n\}$是各项均为正数的等差数列,且$a_6+2a_7+a_{10}=20$,则$a_7\cdot a_8$的最大值为　(　　)

A. 10　B. 20

C. 25　D. 50

12. (多选题)已知各项均为正数的等差数列$\{a_n\}$为递增数列,且$a_5=2$,则　(　　)

A. 公差d的取值范围是$\left(0,\frac{1}{2}\right)$

B. $2a_7-a_9=2$

C. $a_3\cdot a_7>a_4\cdot a_6$

D. $\frac{1}{a_1}+\frac{1}{a_9}$的最小值为1

13. 已知等差数列$\{a_n\}$的公差$d\neq 0$,且$a_2^2=a_1\cdot a_4$,则$\frac{a_1+a_4+a_7}{a_2+a_5+a_8}=$________.

14. 已知等差数列$\{a_n\}$为5,8,11,…,等差数列$\{b_n\}$为3,7,11,…,它们的公共项组成数列$\{c_n\}$,则数列$\{c_n\}$的通项公式为$c_n=$________;若数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的项数均为100,则$\{c_n\}$的项数是________.

15. 在递增的等差数列$\{a_n\}$中,$a_3a_6=55$,$a_4+a_5=16$.

(1)求a_3和a_6的值;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

16. 某公司经销一种数码产品,第1年获利200万元,从第2年起由于市场竞争等方面的原因,利润每年比上一年减少20万元,按照这一规律,如果公司不研发新产品,也不调整经营策略,从第几年起,该公司经销这一产品将亏损?

思维训练篇

17. 已知关于x的方程$(x^2-2x+m)(x^2-2x+n)=0$的四个根组成一个首项为$\frac{1}{4}$的等差数列,则$|m-n|=$ ( )

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{3}{4}$ D. 1

18. 无穷数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}a_n+3a_{n+1}+a_n+4=0$且$a_n\neq-2$.

(1)求证:数列$\left\{\frac{1}{a_n+2}\right\}$为等差数列;

(2)若a_{2023}为数列$\{a_n\}$中的最小项,求a_1的取值范围.

2.2　等差数列的前 n 项和

第 1 课时　等差数列的前 n 项和

基础夯实篇

1. [2023·北师大附中高二期中] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=3$，$a_2=6$，则数列 $\{a_n\}$ 的前 5 项和等于 (　　)

A. 15　　B. 30

C. 45　　D. 60

2. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_5=3$，则 $S_9=$ (　　)

A. 27　　B. 18

C. 9　　D. 3

3. [2023·北京平谷区五中高二期中] 已知公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 的前 23 项和等于前 8 项和. 若 $a_8+a_k=0$，则 $k=$ (　　)

A. 22　　B. 23

C. 24　　D. 25

4. [2023·江苏苏州实验中学高二月考] 在等差数列 $\{a_n\}$ 中，S_n 为其前 n 项和，若 $a_3+a_4=5$，$S_7=7$，则其公差 d 的值为 (　　)

A. 2　　B. 3

C. -2　　D. -3

5. 有 7 个人，每人赶着一群羊到野外去放养，每人放养的羊(单位:头)的数量恰好构成一个等差数列 $\{a_n\}$ 的前 7 项. 若 $a_1+a_2+a_3=30$，$2a_2+5=a_7$，则这 7 个人一共放养的羊的头数是 (　　)

A. 110　　B. 112

C. 114　　D. 116

6. (多选题)设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n. 若 $S_3=6$，$a_4=10$，则 (　　)

A. $S_n=2n^2-4n$　　B. $S_n=n^2-2n$

C. $a_n=4n-8$　　D. $a_n=4n-6$

7. 若等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_5=7$，$a_{n-4}=29$，$S_n=198$，则 $n=$________.

8. 在公差不为 0 的等差数列 $\{a_n\}$ 中，S_n 为其前 n 项和，若 $S_{12}=3(a_3+2a_5+a_k)$，则正整数 $k=$________.

素养提能篇

9. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $a_2=1$，且数列 $\{a_n\}$ 从第 6 项开始为负数，则 S_7 的取值范围是 (　　)

A. $[2,3]$　　B. $\left[\frac{9}{4},3\right)$

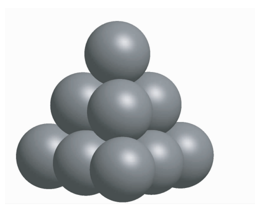
C. $\left(\frac{7}{3},\frac{7}{2}\right)$　　D. $\left[\frac{7}{3},\frac{7}{2}\right)$

10. [2023·江苏苏州高二期中] 设 S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，若 $S_6=3a_1$，$a_1>0$，则使 $S_n>a_n$ 的 n 的最大值为 (　　)

A. 2　　B. 12

C. 11　　D. 10

11. (多选题)[2023·江苏镇江高二期末] “三角垛”出现在南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法》中，如图所示，“三角垛”最上层有 1 个球，第二层有 3 个球，第三层有 6 个球……设第 n 层有 a_n 个球，每个球的半径相等，从上往下数，前 n 层球的总个数为 S_n，则 (　　)



A. $a_{n+1}-a_n=n$

B. $S_5=35$

C. $a_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

D. $\dfrac{1}{a_1}+\dfrac{1}{a_2}+\dfrac{1}{a_3}+\cdots+\dfrac{1}{a_{2024}}=\dfrac{2025}{1012}$

12. 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$S_5=35$，$a_{10}=0$，若 $S_n=S_5(n\neq5)$，则 n 的值为________.

13. [2023·黑龙江齐齐哈尔期中] 已知等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $\dfrac{a_4}{a_8}=\dfrac{2}{3}$，则 $\dfrac{S_7}{S_{15}}=$________.

14. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_5=1$,$a_7=-3$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\{a_n\}$的前n项和S_n.

15. [2023·湖南邵阳二中高二期中] 已知$\{a_n\}$为等差数列,S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,且$S_7=7$,$S_{15}=75$,T_n为数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$的前$n$项和.

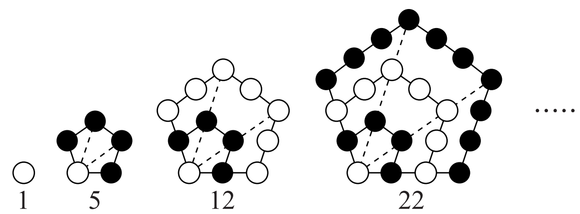
(1)证明:数列$\left\{\dfrac{S_n}{n}\right\}$为等差数列;

(2)求T_n.

思维训练篇

16. 已知等差数列$\{a_n\}$满足$a_2=3$,$S_k-S_{k-3}=51(k>3)$,$S_k=100$,则公差$d=$________.

17. 毕达哥拉斯学派是古希腊哲学家毕达哥拉斯及其信徒组成的学派,他们常把沙滩上的沙粒或小石子作为工具,并由它们排列而成的形状对自然数进行研究.如图,图形中的圆点数分别为1,5,12,22,…,则第6个图形中的圆点数为________;若这些数构成数列$\{a_n\}$,则$a_1+\dfrac{a_2}{2}+\dfrac{a_3}{3}+\cdots+\dfrac{a_{20}}{20}=$________.



18. 若数列$\{a_n\}$满足$a_{n+m}=a_n+d$($m\in\mathbf{N}^*$,d是不等于0的常数)对任意$n\in\mathbf{N}^*$恒成立,则称$\{a_n\}$是周期为m,周期公差为d的"类周期等差数列".已知在数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_n+a_{n+1}=4n+1(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求证数列$\{a_n\}$是周期为2的"类周期等差数列",并求a_2,a_{2022}的值;

(2)若数列$\{b_n\}$满足$b_n=a_{n+1}-a_n(n\in\mathbf{N}^*)$,求数列$\{b_n\}$的前$n$项和$T_n$.

第 2 课时　等差数列的前 n 项和的性质

基础夯实篇

1. 已知等差数列$\{a_n\}$是无穷数列,若$a_1<a_2<0$,则数列$\{a_n\}$的前n项和S_n　　(　　)

A. 无最大值,有最小值

B. 有最大值,无最小值

C. 有最大值,有最小值

D. 无最大值,无最小值

2. (多选题)设等差数列$\{a_n\}(n\in\mathbf{N}^*)$的公差为$d$,其前$n$项和为$S_n$,则$S_{n+1}>S_n(n\in\mathbf{N}^*)$的充分条件可以是　　(　　)

A. $a_1>0$

B. $d>0$

C. $a_1>0$ 且 $d>0$

D. $a_1+d>0$ 且 $d>0$

3. [2023·西安西光中学月考] 设等差数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$S_n=1$,$S_{3n}-S_n=5$,则$S_{4n}=$　　(　　)

A. 10　　B. 20

C. 30　　D. 15

4. 已知等差数列$\{a_n\}$为递减数列,且满足$a_1^2=a_9^2$,则数列$\{a_n\}$的前n项和S_n取最大值时,$n=$　　(　　)

A. 4 或 5　　B. 5 或 6

C. 4　　D. 5

5. 已知等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n和T_n,且$a_1+a_9=2$,$b_4+b_6=8$,则$\dfrac{S_9}{T_9}$的值为　　(　　)

A. $\dfrac{1}{6}$　　B. $\dfrac{1}{4}$

C. 2　　D. 3

6. 某文具店开业期间,用 100 根相同的圆柱形铅笔堆成横截面为“等腰梯形垛”的装饰品,其中最下面一层的铅笔有 16 根,从最下面一层开始,每一层的铅笔数比上一层的铅笔数多 1,则该“等腰梯形垛”最上面一层堆放的铅笔数为　　(　　)

A. 8　　B. 9　　C. 10　　D. 11

7. [2023·湖南湘潭一中高二月考] 设S_n是等差数列$\{a_n\}$的前n项和,若$\dfrac{S_4}{S_8}=\dfrac{1}{3}$,则$\dfrac{S_8}{S_{16}}$的值为________.

8. 已知等差数列$\{a_n\}$共有$2n+1$项,其中奇数项之和为 290,偶数项之和为 261,则a_{n+1}的值为________.

素养提能篇

9. [2023·辽宁五校高二期末] 等差数列$\{a_n\}$中,$a_1=2021$,设$\{a_n\}$的前n项和为S_n,若$\dfrac{S_{12}}{12}-\dfrac{S_{10}}{10}=-2$,则$S_{2023}=$　　(　　)

A. 2023　　B. -2023

C. 2022　　D. -2022

10. (多选题)已知等差数列$\{a_n\}$的公差为d,S_n为其前n项和,若$S_5<S_4$,$S_5=S_6$,$S_7>S_6$,则下列说法正确的是　　(　　)

A. $d>0$

B. $a_6=0$

C. S_5 和 S_6 均为 S_n 的最大值

D. $S_8>S_4$

11. 已知等差数列$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的前n项和分别为S_n和T_n,且$\dfrac{S_n}{T_n}=\dfrac{2n+70}{n+3}$,则使得$\dfrac{a_n}{b_n}$为整数的正整数$n$的个数为　　(　　)

A. 4　　B. 5　　C. 6　　D. 7

12. 某公司技术部为了激发员工的工作积极性,准备在年终奖的基础上再增设 30 个“幸运奖”,投票产生“幸运奖”,按照得票数(假设每人的得票数各不相同)排名次,发放的奖金数成等差数列.已知前 10 名共发放 2000 元,前 20 名共发放 3500 元,则前 30 名共发放　　(　　)

A. 4000 元　　B. 4500 元

C. 4800 元　　D. 5000 元

13. 把正整数数列$\{n\}$按如下分组:1,(2,3),(4,5,6),(7,8,9,10),….第n组恰好有n个数,则第 7 组中第 3 个数是______,100 是第______组中的第______个数.

14. 设 S_n 是等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，$a_3=7$，________.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)求数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 的最值.

从条件① $S_6=51$，② $a_n=a_{n-1}-3(n\geqslant 2)$，③ $S_5=a_3\cdot a_5$ 中任选一个，补充在上面的问题中并作答.

注：如果选择多个条件分别解答，按第一个解答计分.

15. 某年 7 月份，有一新款服装投入某市场. 7 月 1 日该款服装仅售出 3 件，以后每天售出的该款服装都比前一天多 3 件，当日销售量达到最大(只有 1 天)后，每天售出的该款服装都比前一天少 2 件，且 7 月 31 日当天刚好售出 3 件.

(1)问 7 月几日该款服装销售最多？最多售出几件？

(2)按规律，当该市场销售此服装达到 200 件时，社会上就开始流行，而日销售量连续下降并低于 20 件时，则不再流行. 问该款服装在社会上流行几天？

思维训练篇

16. (多选题)[2023·浙江嘉兴一中高二期中] 设数列 $\{a_n\}$ 是公差为 d 的等差数列，S_n 为其前 n 项和，$a_1<0$，且 $S_{2020}=S_{2023}$，则 ( )

A. $d>0$

B. $a_{2022}=0$

C. $S_5<S_6$

D. S_{2021}，S_{2022} 均为 S_n 的最小值

17. 设等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，若 $S_{19}>0$，$S_{20}<0$，则 $\frac{S_1}{a_1},\frac{S_2}{a_2},\cdots,\frac{S_{20}}{a_{20}}$ 中最大的是 ( )

A. $\frac{S_8}{a_8}$ B. $\frac{S_9}{a_9}$ C. $\frac{S_{10}}{a_{10}}$ D. $\frac{S_{11}}{a_{11}}$

18. [2024·河南安阳一中高二月考] 在数列 $\{a_n\}$ 中，$a_1=8$，$a_4=2$，且数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+2}-2a_{n+1}+a_n=0(n\in\mathbf{N}^*)$.

(1)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2)设 $T_n=|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n|$，求 T_n.

§3　等比数列

3.1　等比数列的概念及其通项公式

第 1 课时　等比数列的概念及其通项公式

基础夯实篇

1. 下列各组数一定成等比数列的是　(　　)

①$1,-2,4,-8$；②$-\sqrt{2},2,-2\sqrt{2},4$；③x,x^2,x^3,x^4；④$a^{-1},a^{-2},a^{-3},a^{-4}(a\neq0)$.

A. ①②　　B. ①②③

C. ①②④　　D. ①②③④

2. 在等比数列$\{a_n\}$中，$a_1=2,a_4=16$，则公比$q=$　(　　)

A. -2　　B. 2

C. 4　　D. -4

3. ［2023·四川阆中中学月考］已知数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n$，若$a_4+a_5=3$，则$a_2+a_3=$　(　　)

A. 6　　B. 12

C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{3}{4}$

4. ［2023·福建龙岩高二期中］在等比数列$\{a_n\}$中，如果$a_1+a_2=16,a_3+a_4=32$，那么$a_7+a_8=$　(　　)

A. 40　　B. 36

C. 54　　D. 128

5. 已知数列$\{a_n\}$为等差数列，则下列数列一定为等比数列的是　(　　)

A. $\{2^{a_n}\}$　　B. $\{\lg a_n\}$

C. $\{a_n^2\}$　　D. $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$

6. (多选题)下列四个说法中正确的是　(　　)

A. 等比数列中的每一项都不可以为 0

B. 等比数列的公比的取值范围是$(-\infty,+\infty)$

C. 若一个常数列是等比数列，则这个常数列的公比为 1

D. 若$b^2=ac$，则a,b,c成等比数列

7. ［2023·福建宁德一中高二月考］在各项都为正数的等比数列$\{a_n\}$中，$a_2a_4=16,a_4+a_5=24$，则$\{a_n\}$的通项公式为$a_n=$________.

8. 设各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$满足$a_1+a_2=12,a_1-a_3=6$，则$a_1\cdot a_2\cdot\cdots\cdot a_n$的最大值为________.

素养提能篇

9. ［2023·天津南开中学月考］各项都为正数的等比数列$\{a_n\}$满足$a_4,a_5,3a_3$成等差数列，则$\frac{a_4+a_1}{a_4+a_7}=$　(　　)

A. $\frac{27}{8}$或-1　　B. $-\frac{27}{8}$或1

C. $\frac{8}{27}$　　D. $\frac{27}{8}$

10. 已知各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$是递增数列，且$a_1\cdot a_3=36,a_1+a_2+a_3=26$，则$a_4=$　(　　)

A. 24　　B. 36

C. 48　　D. 54

11. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1,\frac{a_2}{a_1},\frac{a_3}{a_2},\cdots,\frac{a_n}{a_{n-1}}(n\geqslant2)$构成首项为 1，公比为 3 的等比数列，则$a_{100}$等于　(　　)

A. 3^{100}　　B. 3^{90}

C. 3^{4950}　　D. 3^{5050}

12. (多选题)［2023·江苏南通高二期中］已知数列$\{a_n\}$为等比数列，则　(　　)

A. 数列a_2,a_4,a_8成等比数列

B. 数列$a_1\cdot a_2,a_3\cdot a_4,a_5\cdot a_6$成等比数列

C. 数列a_1+a_2,a_3+a_4,a_5+a_6成等比数列

D. 数列$a_1+a_2+a_3,a_4+a_5+a_6,a_7+a_8+a_9$成等比数列

13. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=2,a_{m+n}=a_m\cdot a_n$，则$a_{10}=$________.

14. 在等比数列$\{a_n\}$中,$a_4=2a_3$,$a_5-a_1=15$.

(1)求数列$\{a_n\}$的首项a_1和公比q;

(2)若$a_n>n+100$,求n的取值范围.

15. 已知$\{a_n\}$满足$a_1=3$,$a_{n+1}=2a_n+1$,

(1)求证:$\{a_n+1\}$是等比数列;

(2)求数列$\{a_n\}$的通项公式.

思维训练篇

16. (多选题)已知等比数列$\{a_n\}$满足$a_n>0$,$a_2\cdot a_5=8a_3$,$a_3+a_4=6a_2$,则下列结论中正确的有 ( )

A. $a_1=2$

B. $a_n=2^{n-1}$

C. 若$m,n\in\mathbf{N}^*$,$a_m\cdot a_n=16$,则$\frac{1}{m}+\frac{4}{n}$的最小值为$\frac{3}{2}$

D. 存在$m,n,p\in\mathbf{N}^*$,且$m<n<p$,使得$a_m+a_n=a_p$

17. [2023·河南信阳二中高二期末] 在数列$\{a_n\}$中,如果对任意$n\in\mathbf{N}^*$都有$\frac{a_{n+2}-a_{n+1}}{a_{n+1}-a_n}=k$($k$为常数),则称$\{a_n\}$为等差比数列,$k$称为公差比.现给出下列说法:①等差比数列的公差比一定不为0;②等差数列一定是等差比数列;③若$a_n=-3^n+2$,则数列$\{a_n\}$是等差比数列;④若等比数列是等差比数列,则其公比等于公差比.其中正确说法的序号为________.

18. 设关于x的二次方程$a_nx^2-a_{n+1}x+1=0$($n=1,2,3,\cdots$)的两根分别为α和β,且$6\alpha-2\alpha\beta+6\beta=3$.

(1)试用a_n表示a_{n+1};

(2)求证:数列$\left\{a_n-\frac{2}{3}\right\}$是等比数列.

第 2 课时　等比数列的性质及实际应用

基础夯实篇

1. [2023·青岛高二期中] 若数列 $-9, m, x, n, -16$ 是等比数列，则 x 的值是　(　　)

A. 12　　B. ± 12

C. -12　　D. -12.5

2. 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列，若 $a_3a_7=3a_5$，且 $a_8=-24$，则 $a_{10}=$　(　　)

A. 96　　B. -96

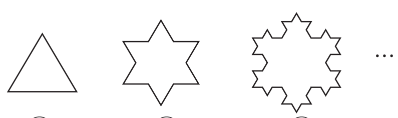
C. 72　　D. -72

3. [2023·厦门外国语学校期中] 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，若 a_3, a_{15} 是方程 $x^2-6x+2=0$ 的根，则 $\dfrac{a_2a_{16}}{a_9}$ 的值为　(　　)

A. $\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$　　B. $-\sqrt{2}$

C. $\sqrt{2}$　　D. $-\sqrt{2}$ 或 $\sqrt{2}$

4. 如图，将一个边长为 1 的正三角形的每条边三等分，以中间一段为边向外作正三角形，并擦去中间一段，得图②，如此继续下去，得图③……设第 n 个图形的边长为 a_n，则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为　(　　)



①　②　③

A. $a_n=\dfrac{1}{3^n}$　　B. $a_n=\dfrac{1}{3^{n-1}}$

C. $a_n=\dfrac{1}{3n}$　　D. $a_n=\dfrac{1}{3n-1}$

5. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中，$a_2a_3a_4=1$，$a_6a_7a_8=64$，则 $a_4a_5a_6=$　(　　)

A. 4　　B. 8

C. 10　　D. 16

6. [2024·山东青岛高二期中] 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，且 $a_5a_6+a_4a_7=18$，则 $\log_3 a_1+\log_3 a_2+\cdots+\log_3 a_{10}=$　(　　)

A. 12　　B. 10

C. 5　　D. $2\log_3 5$

7. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数，若 $a_3a_7+2a_4a_8+a_7^2=16$，则 $a_5+a_7=$________.

8. [2023·陕西渭南三贤中学期中] 已知 $\{a_n\}$ 是等比数列，若 1 是 a_2, a_4 的等比中项，4 是 a_6, a_8 的等比中项，则 $a_{12}=$________.

素养提能篇

9. 我国古代有这样一句话:“一尺之棰,日取其半,万世不竭.”用现代语言叙述为:一尺长的木棒,每天取其一半,永远也取不完.这样,每日剩下的部分长都是前一日的一半.如果把“一尺之棰”中的“一尺”看成单位“1”,那么每日剩下的部分长依次所构成的数列$\{a_n\}$的通项公式为 ( )

A. $a_n=\frac{1}{2}n$　　B. $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

C. $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$　　D. $a_n=2^n$

10. [2024·安徽马鞍山期末] 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中,$a_2\cdot a_4=\frac{9}{2^4}$,$a_7\cdot a_9=\frac{9}{2^{10}}$,则$a_{13}=$ ( )

A. $\frac{3}{2^7}$　　B. $\frac{3}{2^8}$

C. $\frac{3}{2^9}$　　D. $\frac{9}{2^9}$

11. (多选题)已知$\{a_n\}$为等比数列,下列结论正确的是 ( )

A. 若$a_3=-2$,则$a_2^2+a_4^2\geqslant 8$

B. $a_3^2+a_5^2\geqslant 2a_4^2$

C. 若$a_3=a_5$,则$a_1=a_2$

D. 若$a_5>a_3$,则$a_7>a_5$

12. (多选题)[2023·江苏无锡期中] 设等比数列$\{a_n\}$的前n项积为T_n,并满足条件$a_1>1$,$T_{10}=T_{20}$,则下列结论正确的是 ( )

A. $a_{2023}<a_{2024}$

B. $a_{10}a_{20}-1>0$

C. 当$n=15$时,T_n取得最大值

D. 当$n\geqslant 31$时,$T_n<1$

13. [2024·湖北恩施高二期中] 已知等比数列$\{a_n\}$的前n项积为T_n,若$T_2=T_5=32$,则$T_6=$________.

14. 在4与$\frac{1}{4}$之间插入3个数,使这5个数成等比数列,求插入的3个数.

15. 有四个数排成一列，其中前三个数成等差数列，后三个数成等比数列，并且第一个数和第四个数的和是16，中间两数的和是12，求这四个数.

思维训练篇

16. (多选题)[2023·安徽龙亢农场中学高二月考]已知等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，公比为q，且$a_1>1$，$a_6+a_7>a_5a_8+1>2$，记$\{a_n\}$的前n项积为T_n，则下列结论正确的是 ( )

A. $0<q<1$　　B. $a_6>1$

C. $T_{12}>1$　　D. $T_{13}>1$

17. 某中学有在校学生2000人，其中没有患感冒的学生.由于天气骤冷，在校学生患流行性感冒人数剧增，第一天新增患病学生10人，之后每天新增的患病学生均比前一天多9人.由于学生患病情况日益严重，学校号召学生接种流感疫苗以控制病情.从第8天起，新增患病的学生人数均比前一天减少50%，并且每天有10名患病学生康复.

(1)求第n天新增患病学生的人数a_n($1\leqslant n\leqslant 13$，$n\in\mathbf{N}^*$).

(2)按有关方面规定，当天患病学生人数达到全校学生人数的15%时必须停课，那么该校有没有停课的必要？请说明理由.